



¿Qué aporta el realismo crítico a la investigación en matemática educativa?

Iskra Nunez

Departamentos de Matemáticas y C&I, La Universidad de Texas-Panamericana

Estados Unidos

nunezi@utpa.edu

Resumen

Este artículo analiza la posición filosófica del realismo crítico y su utilidad potencial en *la investigación en educación matemática* (IEM). Se divide en tres partes. La primera parte ofrece el marco teórico. Se presenta el realismo crítico en relación con la pluralidad de teorías en IEM. La segunda parte ofrece un análisis de cuatro categorías de teorías usadas en IEM: La psicología cultural, las etnomatemáticas, la perspectiva practico-interpretativa, y aspectos de semiótica y discurso. Se utiliza el método realista crítico denominado crítica del talón de Aquiles para señalar puntos de vulnerabilidad aunque fundamentales en cada categoría. Se argumenta que la identificación del talón de Aquiles puede revelar las ventajas de la no-parcialidad. La tercera parte presenta la síntesis de los resultados. Se identifican los teóricos quienes previamente identificaron algunos posibles talones de Aquiles y se señalan once de estos para así evitar posiciones parciales en IEM.

Palabras clave: crítica del talón de Aquiles, educación matemática, filosofía, ontología, realismo crítico, teorías de aprendizaje.

Introducción

Durante las últimas décadas del milenio pasado y los principios de éste, *la investigación en educación matemática* (IEM) ha expandido su metodología con el uso de teorías sobre el aprendizaje (Cobb, 2007; Jankvist, 2011; Leikin & Zazkis, 2012;

Lester, 2005; Radford, 2008; Schoenfeld, 2002; Silver & Herbst, 2007; Simon, 2009; Sriraman & English, 2005, 2010). La expansión de teorías en IEM ha sido delineada particularmente por los ámbitos culturales, sociales, y políticos (Gutiérrez, 2013; Jablonka, Wagner, & Walshaw, 2013; Lerman, 2000; Sriraman & English 2010; Valero, 2004). Es esta precisa proliferación multi-teorética la que ha motivado a la comunidad de IEM a reducir (Schoenfeld, 2002), armonizar (Sriraman & English 2010), y hacer un balance de la pluralidad de teorías en uso para trazar futuras líneas de investigación (Sriraman & English, 2005). Actualmente existen numerosos intentos guiados a enlazar de una u otra manera las múltiples teorías en IEM pero ninguno desde una perspectiva realista crítica.

Este artículo se suma a estos intentos explorando la posibilidad de una nueva base filosófica para las múltiples teorías en uso. Este objetivo requiere una aclaración preliminar de lo que aquí se entiende por teoría. Radford (2008) propone extender la noción de teoría τ por medio de su estratificación usando la notación $\tau=(\phi, \mu, \epsilon)$, donde cada uno de los tres niveles aquí se entienden y utilizan de la siguiente manera: ϕ se refiere a la base filosófica o conjunto de principios básicos, las presuposiciones implícitas o explícitas sobre la realidad y el conocimiento delineando las fronteras de discurso;¹ μ se refiere al conjunto de métodos, incluyendo las técnicas para la recolección de datos y sus límites; ϵ se refiere al conjunto de preguntas de investigación, las cuales pueden surgir también durante o después de aplicar interpretaciones.

En la primera sección de este artículo, se ofrecen los principios básicos del *realismo crítico* (RC) como base filosófica ϕ para IEM. Aquí se argumenta que el RC podría beneficiar a IEM porque, contrario al pragmatismo, el constructivismo social, la hermenéutica, y el post-modernismo, no omite una teoría de la ontología. En la segunda sección, se propone la crítica del *talón de Aquiles* (denotado aquí como α) como método μ y se argumenta que puede ayudar a IEM a ver las ventajas de la no-parcialidad. En particular, la técnica de recolección de datos es una revisión de la literatura limitada a una bibliografía selectiva organizada, en parte, por cuatro categorías de teorías.² En la tercera parte, se presentan los resultados abordando las siguientes preguntas de investigación ϵ : ¿Qué aporta el RC a la investigación en matemática educativa? ¿Cuáles son los posibles α de estas categorías de teorías?

Realismo crítico como base filosófica ϕ para IEM

Esta sección describe el RC en relación con otras cuatro filosofías de aprendizaje. En IEM, Ernest (2010a) emplea el término *filosofías de aprendizaje*,³ en vez de teorías de aprendizaje, subrayando que la idea de teoría está limitada por su capacidad de prueba.

¹ El término *discurso* se refiere aquí a la producción de elementos semióticos de formas variadas de comunicación con signos verbales y no-verbales, imágenes visuales, lenguaje, etc.

² Se buscaron combinaciones de tres temas: educación matemática, cuatro categorías de τ —la psicología cultural, las etnomatemáticas, la perspectiva practico-interpretativa, y aspectos de semiótica y lenguaje—y sus respectivas críticas en las bases de datos *Education Resources Information Center* (ERIC) y *Google Scholar*. Trece textos fueron selectos por su aporte a explicar ϵ (Tablas 1-7).

³ Todas las traducciones son creadas por el autor.

En este artículo se adopta esta definición, derivada del entendimiento de filosofía como “el análisis lógico, incluidos los problemas metodológicos tales como las condiciones generales de la posibilidad del conocimiento” (Ernest, 1991, p. 48) pero usándola intercambiadamente con la noción de teoría τ , previamente definida. Cuatro de las filosofías de aprendizaje más usadas en IEM son el pragmatismo, la hermenéutica, el constructivismo social, y el post-modernismo. Un resumen breve de algunas ventajas y desventajas de estas cuatro filosofías da pie a la introducción del valor del RC para IEM.

El pragmatismo pone énfasis en términos del éxito de la aplicación de un método, y con razón, postula la posibilidad del conocimiento de la realidad ontológica fuera de su mismo ámbito práctico. Lester (2005) señala que el pragmatismo, por lo menos en los Estados Unidos, desafortunadamente tiende a ignorar las bases filosóficas de una teoría porque existe una infatuación con “lo que funciona” a costa de disminuir u obliterar la investigación de carácter filosófico en IEM. A esta desventaja, Scott (2002) le llama “la falacia del pragmatismo” (p. 2).

La hermenéutica, la teoría de la interpretación aplicada a IEM, da primacía al conocimiento subjetivo derivado de experiencias. Por ejemplo, “[a] pesar de que las personas pueden creer que hay expresiones matemáticas que significan lo mismo para todas las personas, cada persona coloca la expresión en el contexto de su experiencia, perspectiva cultural, e intenciones actuales” (Brown, 1991, p. 447). Sin embargo, esta filosofía de aprendizaje suele estar limitada a la reconstrucción del conocimiento retrospectivo por medio de historias, narrativas, y bibliografías, lo cual podría causar lo que Scott (2002) llama “la falacia prospectiva” (p. 2) en donde la interpretación retrospectiva matemática se confunde con la prospectiva.

El constructivismo social toma en cuenta el significado del conocimiento subjetivo previamente enfatizado por la hermenéutica y se puede entender como un avance sobre las teorías de estímulo-respuesta (Ernest, 1991, 1998, 2010a). Otra de las ventajas de esta filosofía de aprendizaje es el empleo de la metáfora de la construcción como proceso en el aprendizaje matemático. También rechaza la visión del estudiante como *tabula rasa*—estudiante pasivo de mente vacía para ser acondicionada. El constructivismo social enfatiza que la construcción del conocimiento es un proceso arraigado en un contexto social. Un problema puede surgir cuando se tiende a ver la relación del conocimiento objetivo y subjetivo como dialéctica exhaustiva de la realidad.⁴ Este problema representaría un ejemplo de “la falacia epistémica” (Scott, 2002, p. 2) porque la dimensión del conocimiento objetivo-subjetivo revuelve en forma de círculo vicioso sin proponer otra dimensión de la realidad ontológica independiente, o al menos, de la existencia previa y eficacia causal de los objetos de la investigación científica.

El post-modernismo se puede entender como una filosofía del aprendizaje guiada a ir más allá de lo que Scott (2002) llama “la falacia determinista” (p. 2), la negación de la intención y creatividad humana. Algunas ventajas del post-modernismo en IEM son el enfoque en el análisis del significado matemático por medio del discurso (Sfard, 2008) y el análisis de las relaciones pedagógicas de poder e interés (Valero, 2004). Otra ventaja es su rechazo a las metanarrativas como teorías ubicuas (Ernest, 2004). Un posible problema

⁴ Se invita al lector a ver la Figura 4.1 en Ernest (1991, p. 83).

del post-modernismo es su tendencia a cometer “la falacia lingüística” (Bhaskar, 1993/2008b, p. 192); es decir, cuando se tiende a ver el mundo exclusivamente como una construcción social de conceptos, lenguaje y semiótica (ver el ejemplo del *ser* mujer en el primer principio del RC en la siguiente sección).

No falta quien pregunte: “¿Esto es teoría?... ¿Dónde están las matemáticas?” (Strassmann citado en Lawson, 2001, p. 154). El RC “es una filosofía, pero su atención se centra en la ontología, no en la epistemología” (Sayer, 2000, p. 87). La ontología es la rama que teoriza la naturaleza del ser en el mundo real, y la epistemología es la rama que incluye los métodos, teorías, enfoques, conceptos y otros recursos sobre la realidad. La razón por la cual el RC puede aportar una base filosófica para IEM es que incluye una teoría de la ontología la cual está ausente en, por ejemplo, el pragmatismo, la hermenéutica, el constructivismo social, y el post-modernismo.

Una reseña breve del desarrollo histórico, principios y límites del RC básico

El RC es una filosofía de la ciencia preocupada con “la naturaleza de, y las perspectivas de, la emancipación humana” (Bhaskar, 1986/2009, p. 103). Esta filosofía inició alrededor de 1975 con la motivación de investigar lo que otras filosofías del aprendizaje habían omitido y así reivindicar la noción de ontología (Bhaskar, 1975/2008a; Collier, 2004). Desde entonces, la aplicación del RC en la ciencias es variada. Por ejemplo, la perspectiva realista crítica en el área de la educación tiende a dar pábulo a nuevas visiones anti-reduccionistas (Scott, 2002; Shipway, 2011), a promover la abolición de expectativas bajas en la educación primaria como punto de liberación en comunidades aborígenes Australianas (Sarra, 2011), y a fomentar la reconcepción del aprendizaje matemático como auto-emancipación (Nunez, 2013b).

Los textos clásicos del RC lo diferencian en tres fases: la básica (discernible por sus publicaciones entre 1975-1990s), la dialéctica (1993-2000s), y de Meta-realidad (2002-al presente). Esta investigación se limita a las primeras dos fases ofreciendo los principios del RC básico, los cuales son los siguientes:

- El primer principio establece la distinción entre la ontología y la epistemología. Se distingue entre el estudio de la naturaleza de entidades en el mundo (ontología) independientes de teorías, métodos, y lenguaje sobre estas (epistemología).

Por ejemplo, la gravedad es una entidad real, existe, y tiene efectos en las personas, independientemente de que las personas tengan una teoría sobre ella. (La ontología de la gravedad \neq la epistemología sobre la gravedad). La fusión de la ontología y la epistemología produce un error en argumentación llamado en términos realista-críticos, *la falacia epistémica* (Bhaskar, 1975/2008a). La fusión de la ontología y el lenguaje produce un error en argumentación llamado *la falacia lingüística* (Bhaskar, 1993/2008b). Por ejemplo, el *concepto* de mujer es construido por la sociedad por medio, en parte, del lenguaje, pero esto no significa que el *ser* mujer se reduzca a su concepto—

ser \neq concepto. En la realidad una mujer es mucho más que su modelo, concepto, o teoría sobre ella. Estas dos y otras falacias dicen que hay que “tener cuidado con las brechas” (Nunez, 2012, p. 2) que existen entre, por ejemplo, el lenguaje, los métodos y las teorías sobre el ser, y el ser mismo para no caer en reduccionismos.

- El segundo principio establece una nueva ontología no empiricista, la cual abarca a

la epistemología como su subconjunto.

- El tercer principio establece una visión estratificada de la realidad en tres diferentes niveles diferentes: El nivel empírico (las experiencias), el cual está anidado en el nivel actual (eventos), que a su vez está anidado en el nivel real (los mecanismos y estructuras).

La fusión de la brecha entre el nivel real y el actual crea un error de argumentación llamado *actualismo* (Bhaskar, 1975/2008a, p. 54). Este error identifica los mecanismos reales como patrones que tienen a recurrir en contextos empíricamente cerrados. Uno de los problemas del actualismo es que tiende a llevar a conclusiones deterministas.

- El cuarto principio establece la distinción entre sistemas cerrados y abiertos. Aquí se propone que la realidad es un sistema abierto aunque es susceptible a cierres cuando se trata de contextos experimentales (Bhaskar, 1975/2008a, pp. 23-5).

Estos principios pueden aportar a IEM con una nueva base filosófica sin excluir las ventajas de otras filosofías del aprendizaje, como por ejemplo, el pragmatismo, la hermenéutica, el constructivismo social, y el post-modernismo, pero sí evitando la desventaja de la omisión de una teoría ontológica.

Algunos límites de la perspectiva realista crítica

Es importante hacer notar que el RC es susceptible a críticas. Mearman (2006) argumenta que el RC, con su concepto de realidad abierta, es limitado. Por ejemplo, en instituciones como escuelas y prisiones la realidad no es totalmente abierta por su alto grado de regulación de las experiencias de los internos (nivel empírico), la predicción alta de los eventos diarios (nivel actual), y la baja pero no nula existencia de estructuras como la posibilidad de un brote de influenza en la institución (nivel real). Mearman sugiere diferentes grados de abertura para una mejor conceptualización. En otra crítica, von Glasersfeld (1989), defensor principal del constructivismo radical, argumenta que la función del conocimiento está limitada al nivel empírico de experiencias y organización del mundo y “no al descubrimiento de la realidad ontológica” (p. 162). Por el contrario, el RC no se limita a teorizar las experiencias (nivel empírico), ni reduce los métodos y teorías solo a la organización de la realidad (epistemología). Aquí, el RC se diferencia del constructivismo radical porque no niega la existencia y los efectos causales de entidades reales en el mundo como los mecanismos causales, por ejemplo como la gravedad, las relaciones entre clases sociales y de género, la eficacia taxonómicamente irreducible del language, etc., (nivel real) sino que afirmativamente los teoriza. Es de esta manera que el RC puede proveer a IEM con principios básicos realistas de donde partir para así evitar reduccionismos e irrealismos en argumentación.

Revisión de la literatura: Crítica del talón de Aquiles α como método μ

Esta sección presenta la revisión de la literatura de cuatro categorías de teorías en IEM. El concepto realista crítico denominado la crítica del talón de Aquiles α se utilizó porque “señala en una teoría, un ángulo muerto [punto ciego o de vulnerabilidad] en lo que característicamente parece ser su punto fuerte” (Bhaskar, 1993/2008b, p. 372). El valor de este método es su potencial para contribuir a la no-parcialidad. Es necesario aclarar las diferencias entre lo que aquí se entiende por imparcialismo, parcialismo, y non-parcialismo.

Cottingham (1983) declara que el imparcialismo es una posición inalcanzable porque mantiene que para ser moral, una decisión debe tomar en cuenta los intereses de otros y los intereses personales deben de tener “el mismo peso” que los intereses ajenos. De acuerdo con Cottingham (1986), lo que sí es posible alcanzar es el parcialismo, la tesis “de que a menos que uno tenga la obligación directa o indirecta de ser imparcial, es moralmente correcto favorecer decisiones de interés propio” (p. 358). Para trascender estas dos posiciones, aquí se usa el no-parcialismo: La tesis que asume cierto grado de sesgo al tomar una decisión. Cada decisión es tomada desde una posición parcial (y temporal) porque es imposible tener toda la información que informaría tal decisión. Aun así, el no-parcialismo abre un juicio no-definitivo tomando en cuenta la posibilidad de intervención. Cada persona puede llegar a una decisión racional entre la variedad de posiciones parciales, porque se pueden dar motivos para elegir y defender una decisión sobre otra. (Esto no significa que la decisión sea correcta, puede ser falible pero no siempre determinista puesto que en la mayoría de los casos la decisión se puede cambiar en el tiempo).

La búsqueda de α puede ayudar a IEM a ver los beneficios de la no-parcialidad precisamente porque se enfoca en encontrar los puntos débiles en las teorías, lo cual puede ayudar a tomar decisiones menos sesgadas. La idea de fondo es adoptar la posición ética (o teoría τ) menos débil, la que de más poder crítico y explicativo. Schoenfeld (2000) llega a la misma conclusión cuando argumenta que “los investigadores de la educación tienen una obligación intelectual de impulsar una mayor claridad y especificidad y buscar casos límite o contraejemplos para ver dónde se rompen estas ideas teóricas” (p. 647). La importancia del no-parcialismo puede encaminar a IEM hacia “la supervivencia con dignidad” (D’Ambrosio, 2007, p. 38) en el mercado de las teorías.

Técnica y límites de la recolección de datos

Durante la búsqueda de datos se seleccionó una bibliografía selecta de trece artículos de investigación estructurada por el resultado de Lerman (2006), quien identifica cuatro categorías: La psicología cultural, las etnomatemáticas, aspectos de la perspectiva practico-interpretativa, y aspectos de semiótica y discurso, a través de un análisis de los artículos publicados entre 1985-2005 en tres revistas principales de investigación matemática. La razón del uso de estas categorías es que son de manera prevista las que componen un subconjunto del campo de teorías más usadas en IEM, aunque restringidas a dicho periodo de tiempo y omitiendo otras tendencias.

También se encontraron problemas con la técnica de recolección de datos. Por ejemplo, el enfoque de la búsqueda necesitó describir a grandes rasgos cada una de las cuatro categorías, su presentación requirió de simplificación debido a su complejidad. Se puede argumentar que la simplificación aquí, lejos de diluir la explicación de la teoría, se esforzó en encontrar el argumento central de ideas que comúnmente son conocidas por su grado de dificultad. Segundo, se trató de encontrar por lo menos un artículo que señale un punto de debilidad en cada categoría; sin embargo, se encontraron e incluyeron artículos fuera del campo de matemática educativa que también ofrecen críticas importantes.

Resultados: Hacia una respuesta de las preguntas de investigación e

Esta sección presenta los resultados del análisis de cuatro categorías previamente

definidas. Para la presentación se creo una herramienta tabular en secciones para distinguir al autor y aislar α , en su traducción al español. Estos resultados permitieron reformular una nueva relación $\phi \subseteq \tau = (\mu, \varepsilon, \alpha, \lambda)$ más completa. Es posible visualizarla adaptando una gráfica propuesta por Bikner-Ahsbahr y Prediger (2006) de la siguiente manera (Figura 1):

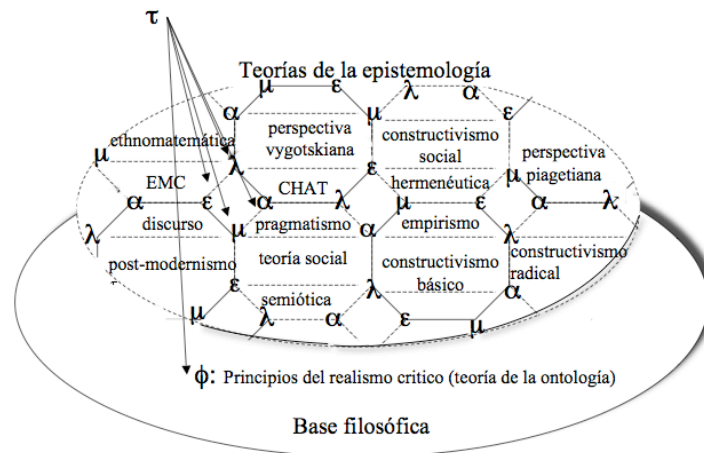


Figura 1. Múltiples perspectivas teóricas $\tau_n = (\mu, \varepsilon, \alpha, \lambda)$, $n = 1, 2, 3 \dots$ comúnmente usadas en IEM entre distancias mínimas --- de una ϕ : base filosófica (no necesariamente única), y entre sus μ : métodos, ε : preguntas de investigación, α : posibles talones de Aquiles, y λ : lenguaje taxonómicamente irreducible a otra τ y que cada τ_n aporta.

La psicología cultural

Los primeros α se identifican en cada una de las subdivisiones de la categoría de la psicología cultural: La perspectiva piagetiana, la perspectiva vygotskiana, las formas del constructivismo, y las formas reconocidas de teorías de la actividad.

Un argumento central de la perspectiva piagetiana propone la primacía de la práctica en el desarrollo cognitivo (Archer, 2000) y una teoría del mismo estratificada en etapas. Para ilustrar, Piaget (1970) declaró que “cada vez que uno enseña prematuramente algo a un niño que el hubiera descubierto solo, el niño es privado de inventarlo y consecuentemente de entenderlo completamente” (p.15). Un posible α de la perspectiva piagetiana revela la brecha que propone que el desarrollo cognitivo es independiente de la instrucción (Engeström & Sannino, 2012; Vygotsky, 1962). La identificación de este α esta fuera de IEM (Tabla 1). Sin embargo, este resultado puede ayudar a ver que es precisamente esta brecha la que omite el grado de impacto que tienen las interacciones de colaboración entre los docentes y estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas. En IEM, la investigación de esta brecha estudia el dominio afectivo en términos de las emociones, actitudes, y creencias sobre las matemáticas como un doble efecto de retroalimentación entre las interacciones de colaboración (estudiantes-docente, estudiante-docente-administrador, etc.) y la instrucción matemática (McLeod, 1992).

Tabla 1

Posible α de la perspectiva piagetiana

Engeström y Sannino (2012)	“La teoría del aprendizaje expansivo también intenta acercar el aprendizaje y la enseñanza en una relación dialéctica, [por medio] del análisis de la brecha y la interacción entre estos dos procesos”. (p. 55)
Vygotsky (1962)	“Nuestro desacuerdo con Piaget se centra en un punto... [El] asume que el desarrollo y la instrucción son procesos completamente separados, inconmensurables, que la función de la instrucción es simplemente introducir formas adultas de pensamiento”. (p. 116)

La perspectiva vygotskiana

Algunos argumentos centrales de la perspectiva vygotskiana revelan la primacía del lenguaje y la socialización en el desarrollo cognitivo como el proceso de internalización de cultura y su externalización al momento de creación (Vygotsky, 1962, 1978). Para ilustrar, Vygotsky (1978) declaró que “el aprendizaje de los niños empieza mucho antes de que asistan a la escuela” (p. 84). Dos posibles α de la perspectiva vygotskiana es una tendencia al reduccionismo (Archer, 2000) y la ausencia de una teoría social (Blunden, 2009). La identificación de estos resultados está fuera del campo de matemáticas educativas (Tabla 2). Sin embargo, este resultado es importante para IEM porque la inclusión del dominio sociológico considera los posibles mecanismos de reproducción y/o transformación social. Algunos ejemplos de estos posibles mecanismos son los textos escolares que jerárquicamente asignan problemas de matemáticas esotéricas a estudiantes de nivel socioeconómico alto y problemas de matemáticas mayormente algorítmicas al resto (Dowling, 1998, 2001), la formación de una identidad matemática mediante la identificación con cierta clase social, racial y/o género (Solomon, 2007) y las desigualdades en el uso del lenguaje y las experiencias matemáticas previas como formas de desigualdad en capital económico, social y cultural (Zevenbergen, 2001).

Tabla 2

Posibles α de la perspectiva vygotskiana

Archer (2000)	“la practica es una negativa a conceder primacía al lenguaje....no sólo la materia de la [práctica] viene antes que nada ... también es una cuestión de ver el lenguaje como una actividad práctica ... nuestras palabras son literalmente hechos”. (p. 121)
Blunden (2009)	“Vygotsky no siguió con las ideas de colaboración interpersonal para desarrollar un enfoque para la comprensión de los fenómenos sociales a una escala más amplia, es decir, una teoría social”. (p. 11)

Las formas reconocidas de la perspectiva del constructivismo

Las formas del constructivismo básico, social, y radical forman un conjunto de teorías basadas en la perspectiva piagetiana (Ernest, 2010a). El caso del constructivismo social se discutió en la primera parte de esta investigación. En cuanto al constructivismo radical, éste se basa en dos principios: El primero afirma que los individuos toman parte activa en la construcción del aprendizaje y el segundo afirma que la función cognitiva sirve para experimentar u organizar el mundo pero no para descubrir su naturaleza

ontológica (von Glasersfeld, 1989). El constructivismo básico se basa solo en el primer principio. Los posibles α identificados con las perspectivas del constructivismo radical, básico y social incluyen la exclusión de la dimensión sociopolítica en el aprendizaje matemático (Zevenbergen, 1996) y el problema del conocimiento de la naturaleza del mundo (Cobb, 2007). La identificación de estos resultados es crucial porque invita a la comunidad de IEM a empezar a incluir y cuestionar el impacto que tiene la dimensión sociopolítica (Gutiérrez, 2013; Jablonka, Wagner, & Walshaw, 2013; Valero, 2004) y la dimensión ontológica para la pedagogía matemática.

Tabla 3

Posibles α de las formas del constructivismo

Zevenbergen (1996)	“El constructivismo con su valorización del individuo, la construcción subjetiva del significado, ignora este aspecto político...La negación de la dimensión sociopolítica de la creación del sentido no es sorprendente dado que la mayoría de la educación se basa en discursos liberales”. (pp. 103-4)
Cobb (2007)	“el problema central de la epistemología tradicional, el de la oposición entre el realismo filosófico y posiciones constructivistas [es] que niegan que la realidad ontológica se puede conocer”. (p. 4)

Las formas reconocidas de las perspectivas de la actividad

Las formas reconocidas de teorías de la actividad—CHAT, por sus siglas en inglés—tienen linaje en la perspectiva vygotskiana (Engeström & Sannino, 2012; Engeström, 1987). Estas teorías ofrecen una variedad de diferentes unidades de análisis para el estudio de la actividad en el aprendizaje matemático (Nunez, 2009). Algunas unidades dan primacía al individuo como aprendiz—otras dan primacía a las comunidades como aprendiz—en relación con el ambiente educativo mediado por “el potencial semiótico de un artefacto” (Bartolini & Mariotti, 2008, p. 752), la totalidad de una *orquestra semiótica* (Radford, Bardino, & Sabena, 2007), y la historia-cultural de aspectos de la división del trabajo, incluyendo la historia-cultural y los patrones normativos en la actividad matemática (Roth & Radford, 2011). Los posibles α aquí son identificados como una tendencia a alinear el aprendizaje matemático en términos de la equiparación de la historia-cultural del individuo (o comunidad) con sus patrones de actividad (Brown, 2010) y una omisión de la crítica del empirismo (Nunez, 2013a). La identificación de estos resultados es significativa para IEM porque ayuda a revivir un interés por la filosofía mediante el cuestionamiento de las presuposiciones sobre la naturaleza del aprendizaje.

Tabla 4

Posible α de las formas reconocidas de teorías de la actividad

Brown (2010)	“El aprendizaje no se entiende principalmente como la alineación creciente con las formas culturales más o menos familiares, o con patrones fijos de actividad ⁵ ...Para el ser humano, el aprendizaje debería de ser sobre aquello que ve y experimenta las matemáticas para llegar a ser, en el marco de uno mismo, un ser que evoluciona en el
--------------	--

⁵ Énfasis en el original.

	proceso. (pp. 340-2)
Nunez (2013a)	“es porque la teoría de la actividad no aporta una crítica de Hume y el empirismo, que vemos muchas de sus inconsistencias...Esta omisión es especialmente importante porque Hume articuló la forma más radical y más coherente del empirismo”. (p. 150)

La perspectiva etnomatemática

En las etnomatemáticas se señala que algunos de sus argumentos centrales promueven la inclusión de la herencia olvidada de los orígenes no europeos de las matemáticas y la posibilidad de desafiar ideas racistas o eurocentristas (D'Ambrosio & D'Ambrosio, 2013; D'Ambrosio, 1985, 2007). Sin embargo, la identificación de este resultado es importante para IEM porque ayuda a entender que a pesar de que cada teoría aporta un lenguaje λ taxonomicamente irreducible a otras teorías, también hay debilidades inherentes con el λ mismo. Por ejemplo, este resultado muestra la vulnerabilidad en el prefijo *etno* en sí, y como su utilización moderna podría enfatizar la casta o linaje y llegar a justificar la educación matemática apartheid (Vithal & Skovsmose, 1997).

Tabla 5

Posible α de las etnomatemáticas

Vithal y Skovsmose (1997)	“un problema con ‘etnomatemáticas’ en el contexto de Sudáfrica es el uso de ‘etno’. Etimológicamente, el prefijo ‘etno’ es derivado del griego ‘ethnos’ que significa ‘nación’. Su uso moderno es una forma de combinación que indica la ‘raza’, ‘pueblo’, ‘cultura’, ‘étnica’ o ‘etnológico’. Así, el uso actual de la palabra no ayuda a resolver la referencia incómoda a la ‘raza’, sino más bien la profundiza”. (p. 138)
---------------------------	--

Aspectos de la perspectiva practico-interpretativa aplicados a IEM

Los posibles α identificados con los aspectos de la perspectiva practico-interpretativa se subdividen en tres: *La educación matemática crítica* (EMC), la hermenéutica y el pragmatismo. Algunos argumentos centrales de EMC señalan que la pedagogía matemática no es un tema neutral sino cargado de valores y por lo tanto debería preparar a estudiantes no solo en el nivel matemático sino también social y político para la vida democrática (Skovsmose, 1994, 2002). La importancia de este resultado puede ayudar a IEM a ver que la preparación de estudiantes en matemáticas para la vida democrática tiende a promover la razón instrumental con el fin de satisfacer las demandas del mercado laboral (Ernest, 2010b). Ya se discutieron las ventajas de la hermenéutica y el pragmatismo en la primera sección. Ahora los resultados en IEM se identificaron como el límite de historias, relatos y experiencias (Brown, 2010) y una tendencia a minimizar la contribución del valor de la filosofía para pedagogía matemática y su investigación (Simon, 1999).

Tabla 6

Posibles α de la hermenéutica, EMC y el pragmatismo

Brown (2010)	“La negativa a asentarse en alguna historia dada, y en las historias pasadas de los objetos, sustenta la petición de este documento para una mayor alineación entre el aprendizaje matemático y la renovación cultural”. (p. 341)
Ernest (2010b)	“Uno de los problemas pendientes de la TC [teoría crítica] es que asume un punto fijo de Arquímedes, una “vista desde el ojo de Dios” del que se pueden determinar posiciones éticas y epistemológicas ... puede darse el caso de que en la EM [educación matemática] y EMC...somos cómplices en la promoción de la razón instrumental a través de EM, a pesar de nuestro compromiso con los ideales de EMC”. (pp. 70-82)
Simon (1999)	“Investigadores de la educación matemática no pueden darse el lujo de participar como filósofos en debates de las teorías establecidas. Más bien, tenemos que (en caso apropiado) crear coordinación pragmática de análisis realizados desde diferentes perspectivas teóricas”. (p. 488)

Aspectos de semiótica y discurso aplicados a IEM

Un argumento central de los aspectos de semiótica y discurso aplicados a IEM es que la sinergia entre las teorías sociológicas y lingüísticas abre una ventana a la cognición. La identificación de este resultado podría ayudar a IEM a evitar uno de los problemas del postmodernismo, revisado en la primera sección, que tiende a ocurrir “cuando, [como] Wittgenstein, [se] equipara el significado de una palabra con su uso en el lenguaje” (Brown, 2010, p. 331). Un ejemplo en IEM es el término *commongnition* (Sfard, 2008) el cual podría fomentar una perspectiva que niega los niveles ontológicos irreducibles de la comunicación y de la cognición, si ambos son vistos como unidad.

Tabla 7

Posible α de aspectos de la semiótica y el discurso en IEM

Sfard (2008)	“commongnition “término que abarca el pensamiento (cognición individual) y (interpersonal) que comunica; como una combinación de las palabras comunicación y la cognición, se hace hincapié en el hecho de que estos dos procesos son diferentes (intrapersonal e interpersonal) manifestaciones de un mismo fenómeno”. (p. 296)
--------------	--

Conclusiones: Algunas aportaciones e implicaciones del RC para IEM

En este artículo se ha usado la técnica del α , tomada del RC, como heurística aplicada a la revisión de cuatro categorías de teorías en IEM con el fin de investigar los beneficios de la no-parcialidad. Esta revisión no ha pretendido ser completa ni exhaustiva. Los resultados obtenidos, sin embargo, son sumamente importantes porque se han concentrado en la identificación de puntos de vulnerabilidad aunque fundamentales que previamente han sido señalados, ya sea en el área de IEM o fuera de esta. También se ha ofrecido una nueva relación $\phi \subseteq \tau = (\mu, \varepsilon, \alpha, \lambda)$ más completa usando los resultados, la cual es importante precisamente porque la manera en que se teoriza la naturaleza de la realidad, el conocimiento, el ser, la sociedad, etc., tiene implicaciones normativas para la educación matemática: Dicho esto en términos realista-críticos la implicación es que el *debería* es derivado de la naturaleza del *ser*. De esta manera, aquí se ha conseguido aportar más poder crítico y explicativo para IEM.

Agradecimientos

Este trabajo ha contado con el apoyo de la Fundación Nacional de Ciencia para el adelanto de la mujer en la ciencia, tecnología, ingeniería, y matemáticas (Nacional Science Foundation, ADVANCE Program at University of Texas-Pan America).

Referencias y bibliografía

- Archer, M. S. (2000). *Being human: The problem of agency*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bhaskar, R. (2008a). *A realist theory of science*. London: Taylor & Francis. (Original publicado 1975).
- Bhaskar, R. (2008b). *Dialectic: The pulse of freedom*. London: Taylor & Francis. (Original publicado 1993).
- Bhaskar, R. (2009). *Scientific realism and human emancipation*. London: Taylor & Francis. (Original publicado 1986).
- Bikner-Ahsbabs, A., & Prediger, S. (2006). Diversity of theories in mathematics education-How can we deal with it? *ZDM*, 38(1), 52–57.
- Bikner-Ahsbabs, A., & Prediger, S. (2010). Networking of theories-An approach for exploiting the diversity of theoretical approaches. In B. Sriraman & L. D. English (Eds.), *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers* (pp. 483–506). New York: Springer.
- Blunden, A. (2009). An interdisciplinary concept of activity. *Critical Practice Studies*, 11(1), 1–26.
- Brown, T. (1991). Hermeneutics and mathematical activity. *Educational Studies in Mathematics*, 22(5), 475–480.
- Brown, T. (2010). Truth and the renewal of knowledge: The case of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 75(3), 329–343.
- Bussi Bartolini, M., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artefacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. D. English (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 746–783). London: Routledge.
- Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 3–38). Charlotte, NC: IAP.
- Collier, A. (1994). *Critical realism: An introduction to Roy Bhaskar's philosophy*. London: Verso.
- Cottingham, J. (1983). Ethics and impartiality. *Philosophical Studies*, 43(1), 83–99.
- Cottingham, J. (1986). Partiality, favouritism and morality. *The Philosophical Quarterly*, 36(144), 357–373.
- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the learning of Mathematics*, 5(1), 44–48.
- D'Ambrosio, U. (2007). Peace, social justice and ethnomathematics. In B. Sriraman (Ed.), *International perspectives on social justice in mathematics education* (pp. 37–51). Charlotte, NC: IAP.
- D'Ambrosio, U., & D'Ambrosio, B. S. (2013). The role of ethnomathematics in curricular

- leadership in mathematics education. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 4(1), 19–25.
- Dowling, P. (1998). *The sociology of mathematics education: Mathematical myths / pedagogic texts*. London: Routledge.
- Dowling, P. (2001). Reading mathematics texts. In P. Gates (Ed.), *Issues in mathematics teaching* (pp. 180–196). Abingdon: RoutledgeFalmer.
- Engeström, Y. (1987). *Learning by expanding: An activity-theoretical approach to developmental research*. Helsinki: Orienta-Konsultit Oy.
- Engeström, Y., & Sannino, A. (2012). Whatever happened to process theories of learning? *Learning, Culture and Social Interaction*, 1(1), 45–56.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer Press.
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany, NY: SUNY Press.
- Ernest, P. (2004). Postmodernity and social research in mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology* (pp. 65–84). Boston, MA: Kluwer.
- Ernest, P. (2010a). Reflections on theories of learning. In B. Sriraman & L. English (Eds.), *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers* (pp. 39–47). New York: Springer.
- Ernest, P. (2010b). The scope and limits of critical mathematics education. In H. Alrø, O. Ravn, & P. Valero (Eds.), *Critical mathematics education: Past, present and future: Festschrift for Ole Skovsmose* (pp. 65–88). Rotterdam: Sense Publishers.
- Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37–68.
- Jablonka, E., Wagner, D., & Walshaw, M. (2013). Theories for studying social, political and cultural dimensions of mathematics education. In M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 41–67). Springer: New York.
- Jankvist, U. T. (2011). Theories of mathematics education, edited by Bharath Sriraman and Lyn English: Common ground for scholars and scholars in the making. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(3), 247–257.
- Lawson, T. (2001). Two responses to the failings of modern economics: The instrumentalist and the realist. *Review of Population and Social Policy*, 10, 155–181.
- Leikin, R., & Zazkis, R. (2012). On the connections between general education theories and theories in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(2), 223–233.
- Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 19–46). Westport, CT: GPG.
- Lerman, S. (2006). Theories of mathematics education: Is plurality a problem? *ZDM*, 38(1), 8–13.
- Lester, F. K. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *ZDM*, 37(6), 457–467.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D.

- A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575–596). New York: Macmillan.
- Mearman, A. (2006). Critical realism in economics and open-systems ontology: A critique. *Review of Social Economy*, 64(1), 47–75.
- Nunez, I. (2009). Contradictions as sources of change: A literature review on activity theory and the utilisation of the activity system in mathematics education. *Educate*, 9(3), 7–20.
- Nunez, I. (2012). Mind the gap! An exercise in concrete universality. *International Journal of Žižek Studies*, 6(3), 1–18.
- Nunez, I. (2013a). Transcending the dualisms of activity theory. *Journal of Critical Realism*, 12(2), 141–165.
- Nunez, I. (2013b). *Critical realist activity theory: An engagement with critical realism and cultural-historical activity theory*. London: Routledge.
- Piaget, J. (1970). Piaget's theory. In P. H. Mussen (Ed.), *Carmichael's manual of child psychology* (Vol. 1, pp. 703–732). New York: Wiley.
- Radford, L. (2008). Connecting theories in mathematics education: Challenges and possibilities. *ZDM*, 40(2), 317–327.
- Radford, L., Bardino, C., & Sabena, C. (2007). Perceiving the general: The multisemiotic dimension of students' algebraic activity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(5), 24–530.
- Roth, W.-M., & Radford, L. (2011). *A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Sarra, C. (2011). *Strong and smart-Towards a pedagogy for emancipation: Education for first peoples*. London: Routledge.
- Sayer, R. A. (2000). *Realism and Social Science*. London: Sage Publications.
- Schoenfeld, A. H. (2000). Purposes and methods of research in mathematics education. *Notices of the American Mathematical Society*, 46(6), 641–649.
- Schoenfeld, A. H. (2002). Research methods in (mathematics) education. In L. D. English (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 435–487). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Scott, D. (2002). *Realism and educational research: New perspectives and possibilities*. London: Routledge.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Shipway, B. (2011). *A critical realist perspective of education*. London: Taylor & Francis.
- Silver, E. A., & Herbst, P. G. (2007). Theory in mathematics education scholarship. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 39–65). Charlotte, NC: IAP.
- Simon, M. A. (2009). Amidst multiple theories of learning in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(5), 477–490.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

- Skovsmose, O. (2002). Landscapes of investigation. In L. Haggarty (Ed.), *Teaching mathematics in secondary schools: A reader* (pp. 115–128). London: RoutledgeFalmer.
- Solomon, Y. (2007). Experiencing mathematics classes: Ability grouping, gender and the selective development of participative identities. *International Journal of Educational Research*, 46(1-2), 8–19.
- Sriraman, B., & English, L. D. (2005). Theories of mathematics education: A global survey of theoretical frameworks/trends in mathematics education research. *ZDM*, 37(6), 450–456.
- Sriraman, B., & English, L. D. (2010). Surveying theories and philosophies of mathematics education. In *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers* (pp. 7–32). New York: Springer.
- Valero, P. (2004). Socio-political perspectives on mathematics education. In R. Zevenbergen & P. Valero (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology* (pp. 5–24). Boston, MA: Kluwer.
- Vithal, R., & Skovsmose, O. (1997). The end of innocence: A critique of ethnomathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 34(2), 131–157.
- von Glasersfeld, E. (1989). Constructivism in education. In T. Husen & N. Postlethwaite (Eds.), *International encyclopedia of education* (pp. 162–163). New York: Pergamon Press.
- Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and language*. (A. Kozulin, Ed.). Cambridge, MA: MIT Press.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Zevenbergen, R. (1996). Constructivism as a liberal bourgeois discourse. *Educational Studies in Mathematics*, 31(1-2), 95–113.
- Zevenbergen, R. (2001). Language, social class and underachievement in school mathematics. In P. Gates (Ed.), *Issues in mathematics teaching* (pp. 38–50). Abingdon: RoutledgeFalmer.